Cuadernillo TEÓRICO

Colegio Tecnológico UTN

Matemática

Año 2.025

Índice:

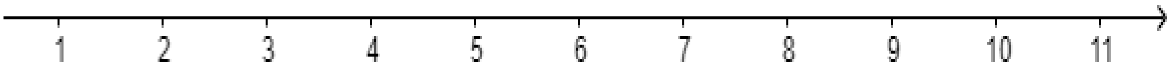
1. Los números Naturales.

1.1 Propiedades. Orden y Representación.

El conjunto de los números naturales está formado por:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots, n, \ldots\}$$

Representación gráfica:



Propiedades de la suma:	Ejemplo
● Ley Interna: $a + b \in N$	$3 + 4 = 7$
● Asociativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 9) + 5 = 2 + (9 + 5)$ $11 + 5 = 2 + 14$ $16 = 16$
● Conmutativa: $a + b = b + a$	$7 + 5 = 5 + 7$ $12 = 12$
● Elemento neutro: $a + 0 = a$	$3 + 0 = 3$

Propiedades de la resta:	Ejemplo
● No es una operación interna	$3 - 5 = -2$
● No es conmutativa	$4 - 7 \neq 7 - 4$

Propiedades de la multiplicación:	Ejemplo
● Ley Interna: $a.b \in N$	$7 . 3 = 21$
● Asociativa: $(a.b).c = a.(b.c)$	$(4 . 3).5 = 4 .(3 . 5)$ $12 . 5 = 4 . 15$ $60 = 60$
● Conmutativa: $a.b = b.a$	$4 . 9 = 9 . 4$ $36 = 36$
● Elemento neutro: $a.1 = a$	$5 . 1 = 5$
● Distributiva: $a.(b + c) = a.b + a.c$	$3 .(7 + 5) = 3 . 7 + 3 . 5$ $3 . 12 = 21 + 15$ $36 = 36$

Propiedades de la división:	Ejemplo
● No es una operación interna	$5 : 2 = 2{,}5$
● No es conmutativa.	$6 : 2 \neq 2 : 6$
● 0 dividido por cualquier número distinto de	$0 : 7 = 0$

0 es 0.	
● No se puede dividir entre 0.	La división por 0 no está definida.

Orden y representación:

En el conjunto de los **números naturales** se puede establecer un **orden creciente**:

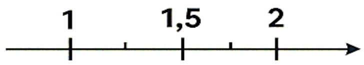
$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < \cdots < n < \cdots$$

Esto nos permite afirmar, por ejemplo, que:

- Los números 1, 2 y 3 son consecutivos.
- El número 2 es anterior a 3.
- El siguiente de 1 es 2.

Importante!

Este tipo de orden consecutivo no se puede aplicar de la misma manera a las fracciones ni a las expresiones decimales, ya que entre dos números siempre hay otro.



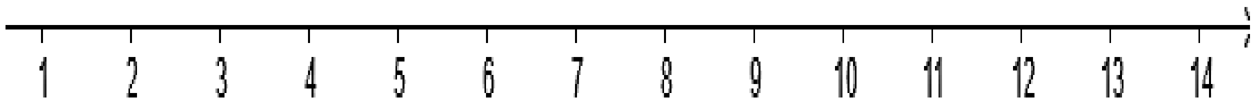
Entre 1 y 2 está 1,5.

Pero también está 1,1 o 1,01 o 1,0001... y muchos más!

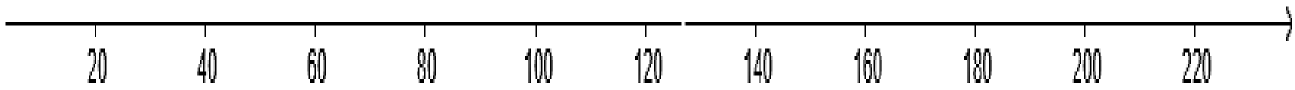
Video Sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=Q2zan_9zzg8

1.2 Recta numérica:

Cada número natural puede representarse gráficamente sobre una recta numérica.
Para construirla, se elige una unidad de medida fija, que servirá para marcar la distancia entre dos números consecutivos.
La escala que se utilice permitirá ubicar también números más grandes o pequeños, manteniendo siempre el mismo criterio de separación.



Si tuviéramos que ubicar el número 180, la escala que se muestra a continuación podría ser favorable.



1.3 Suma y resta de Naturales y Decimales:

Al sumar, se pueden asociar los términos y cambiar el orden de manera conveniente, gracias a las propiedades asociativa y conmutativa.

Ejemplo, con números naturales: $(38 + 15) + 22 = 75$

$$(15 + 38) + 22 = 75$$

$$15\ + (\ 38\ +\ 22) = 75$$
$$15 +\ 60\ =\ 75$$

Con numero decimales:

$$1{,}2 + (3 + 0{,}8) = 5$$
$$1{,}2 + (0{,}8 + 3) = 5$$
$$(1{,}2 + 0{,}8) + 3 = 5$$
$$2 + 3 = 5$$

Importante!

Al restar, no da lo mismo asociar de cualquier forma ni cambiar el orden de los números, ya que esto modifica el resultado.

Ejemplo: $15 - 5 - 4 = (15 - 5) - 4 = 10 - 4 = 6$

Pero, si realizamos: $15 - (5 - 4) = 15 - 1 = 14$

Los resultados son distintos, por eso la resta no es asociativa.

- Cuando se suman o restan números decimales utilizando el algoritmo convencional (es decir, escritos en forma vertical), es fundamental alinear las comas decimales.

$$\begin{array}{r} 12{,}35 \\ +\ \ 4{,}60 \\ \hline 16{,}95 \end{array}$$

1.4 <u>Multiplicación de números Naturales</u>:

Para facilitar los cálculos, se puede usar:

- La propiedad <u>*conmutativa*</u>, nos dice que: **El orden de los factores no altera el producto**. Esto significa que se pueden cambiar de lugar los factores y el resultado será el mismo.

$$7\,.\,8 \updownarrow \updownarrow Factor\ \ Factor\ = 56$$
$$\updownarrow\ \ Producto$$

o

$$8\,.\,7 \updownarrow \updownarrow Factor\ \ Factor\ = 56$$
$$\updownarrow\ \ Producto$$

- *La propiedad <u>asociativa</u> permite agrupar los factores de distintas formar sin cambiar el resultado.*

Esto es útil cuando hay más de dos factores.

$$15\,.\,4\,.\,2 = (15\,.\,4)\,.\,2 = 120$$
$$15.\,(4\,.\,2) =\ 15\,.\,8\ =\ 120$$

Siempre que haya una suma o una resta dentro de un paréntesis, se puede aplicar la propiedad distributiva para multiplicar cada término.

Ejemplo: $70\,.\,3 = (30 + 40).\ 3 = 30\,.\,3 + 40\,.\,3 = 210$

$$8\,.\,15 = 8\,.\,(10 + 5) = 8.\,10 + 8\,.\,5 = 120$$

1.5 <u>Multiplicación de un Natural por un Decimal</u>:

Se multiplican los números como si fueran naturales y, al finalizar, se coloca la coma en el producto dejando la misma cantidad de cifras decimales que tenía el factor decimal.

Ejemplos: $67{,}3\ .\ 7\ =\ 471{,}1\ (una\ cifra\ decimal)$

$$2{,}18\ .\ 54\ =\ 117{,}72\ (dos\ cifras\ decimales)$$

1.6 Multiplicación de números Decimales:

Para Para multiplicar dos números decimales, primero se realiza la multiplicación como si fueran números naturales (sin tener en cuenta las comas). Luego, en el resultado, se coloca la coma dejando la misma cantidad de cifras decimales que la suma de los decimales de ambos factores.

Ejemplo: *Multipliquemos:* $18{,}36\ .\ 9{,}7$

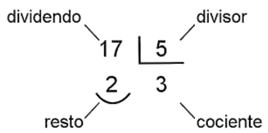
- Ignoramos las comas y hacemos la multiplicación como si fueran números naturales:
$$18{,}36 \,.\, 97 = 178.092$$
- Contamos los decimales de los factores: el primer número tiene 2 decimales y el segundo tiene 1 decimal, sumando un total de 3 decimales.
- Colocamos la coma en el producto para que tenga 3 cifras decimales: $178{,}092$

Resultado: $18{,}36\ .\ 9{,}7 = 178{,}092$

1.7 División entera:

Es importante reconocer los **cuatro elementos** que intervienen en una división entera y cómo se relacionan entre sí.

Ejemplo:



$$17\ :\ 5\ =\ 3\ (con\ resto\ 2)$$

Además, en toda división entera se cumple la relación:

$$Dividendo = Divisor \times Cociente + Resto$$

Es decir que: $17\ =\ 5\,.\,3\ +\ 2$

- Si la división entera es exacta, el resto es cero. Si no lo es, como en el ejemplo de arriba, la división no es exacta

Importante!

- El resto siempre es menor que cualquier divisor, porque si no lo fuera significaría que la división no terminó.
- ¡No se puede dividir por cero! $18{:}\ 3 = 6\ porque\ 3\,.\,6 = 18\ \ pero\ cualquier\ número\ multiplicado\ por\ 0\ da\ 0.$

1.8 División natural entre decimales:

Cuando dividimos un numero natural en partes iguales, el resultado puede ser un numero decimal exacto o un decimal periódico

Ejemplo: Al dividir 875 en 20 partes iguales. ¿Qué valor tiene cada parte?

La respuesta es $43{,}75$ y no sobra nada. Es decir:

$$875 : 20 = 43{,}75$$

Veamos otro ejemplo, si se divide 875 en 30 partes iguales, cada una toma un valor aproximado de $29{,}1\hat{6}$. El <u>resto 20</u> de esta división se repite en forma indefinida, por lo que el cociente resulta ser una <u>expresión decimal periódica mixta</u>, ya que tiene una parte no repetitiva y luego una parte que se repite (período).

1.9 <u>Multiplicación y división de números decimales</u>:

Multiplicar por $10, 100, 1000, etc.$, requiere simplemente se corre la coma hacia la derecha uno, dos o tantos lugares como ceros tenga el número.

Ejemplos: $78{,}56 \,.\, 10 = 785{,}6$ $(la\ coma\ se\ corre\ un\ lugar\ a\ derecha)$.

$12{,}345 \,.\, 100 = 1234{,}5$ $(la\ coma\ corre\ dos\ lugares\ a\ derecha)$.

$1{,}34 \,.\, 1000 = 1340$ $(la\ coma\ corre\ tres\ lugares\ a\ derecha)$.

Dividir un número decimal por 10, 100, 1000, etc., se corre la coma hacia la izquierda uno, dos o tantos lugares como ceros tenga el número.

Ejemplo: $0{,}54 : 10 = 0{,}054$ $(la\ coma\ se\ corre\ un\ lugar\ a\ izquierda)$.

$129{,}2 : 100 = 1{,}292$ $(la\ coma\ corre\ dos\ lugares\ izquierda)$.

$42{,}63 : 1000 = 0{,}04263$ $(la\ coma\ corre\ tres\ lugares\ a\ izquierda)$.

1.10. <u>Truncamiento y redondeo</u>:

Cuando necesitamos simplificar un número decimal para facilitar cálculos, podemos usar dos formas de aproximación: **truncamiento** y **redondeo**:

- **Truncamiento**: Se refiere a reducir el número de dígitos a la derecha del separador decimal, descartando los de menor significancia.

  Ejemplo: Dado $156{,}8231346567$ …. Si lo truncamos a **tres cifras decimales**, queda $156{,}823$

- **Redondeo:** Consiste en "ajustar" el número decimal según su valor, para dejarlo con menos cifras decimales.

  Ejemplo: Dado 67,889, Si lo redondeamos a **una cifra decimal**, observamos que: La segunda cifra decimal es un 8 (mayor que 5), por lo tanto, se suma 1 a la primera cifra decimal. Entonces, nos queda 67,9 (observe: 0,889 se encuentra más cerca de 0,9 que de 0,8).

- El símbolo que se utiliza en las aproximaciones es $\approx$.

⚠ Importante!

¡Cuando se redondean números dentro de una operación, se acumulan errores que pueden hacer variar significativamente el resultado del cálculo!

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=YhxXilO50KM

1.11 Potencias y raíces de números naturales:

- Llamamos **potencia** a una expresión matemática de la forma a^n, donde a es la base de **potencia n es el exponente.**

  La **base** a se multiplica por sí misma n veces.

  $$a^n = a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\,a\,.\cdots_{n-veces}$$

  Entonces, la potenciación es una operación que consiste en multiplicar por sí mismo un número principal llamado **base**, tantas veces lo indique el número que opera como exponente.

  Ejemplo: 3^2 "se lee 3 al cuadrado". Significa que debes multiplicar al 3 por si mismo 2 veces, es decir: $3^2 = 3.3 = 9$

  3^3 "se lee 3 al cubo". Se debe multiplicar al 3 por si mismo, 3 veces, o sea: $3.3.3 = 27$

- Llamamos **raíz** a la expresión de la forma:

$$\sqrt[n]{a} = x$$

donde **n** es el índice de la raíz (entero positivo), a es un radicando y x es la raíz enésima de a.

La radicación, es una de las operaciones inversa de la potenciación. En consecuencia, podemos establecer la siguiente relación:

$$x^n = a \quad si\ y\ solo\ sí \quad x = \sqrt[n]{a}$$

Videos sugeridos:

https://www.youtube.com/watch?v=aXXuoWJ5dC4
https://www.youtube.com/watch?v=wxFti9sB0zM

1.12 Reglas de divisibilidad:

Las reglas de divisibilidad permiten saber si un número es divisible por otro sin hacer la cuenta:

- Un número **es divisible por** 2 cuando termina en 0, 2, 4, 6 u 8.
- Un número **es divisible por** 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número **es divisible por** 4 cuando sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4.
- Un número **es divisible por** 5 cuando termina en 0 o 5.
- Un número **es divisible por** 6 cuando es múltiplo de 2 y de 3 a la vez.
- Un número **es divisible por** 9 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
- Un número es **divisible por 10, 100** ... cuando termina en 0, 00, respectivamente.

1.13 Múltiplos y Divisores.

- **¿Qué es un múltiplo?** Para determinar los **múltiplos de un número,** se multiplica dicho número por cualquier número natural.

Ejemplo: Dado el número 12, un múltiplo posible es $12\,.2 = 24$, entonces, 24 es múltiplo de 12.

- **¿Qué es un divisor (o factor)?** Para determinar si un número es **divisor** o **factor** de otro número dado, se puede realizar la división entera y debe observarse que el resto sea 0.

Ejemplo: ¿7 es divisor de 133? Entonces, hacemos la división $133: 7$ y vemos que la división da resto 0. Entonces, 7 y 19 son divisores de 133 y 133 es múltiplo de 7 y de 19.

Video sugerido:
https://www.youtube.com/watch?v=kJE2X0gMWfY&list=PLYxw0xEQPtI7LvcNcPy_86JfwVglFacNb&index=3

1.14 Números primos, compuestos y coprimos:

- Número primos: Un número es **primo** cuando tiene exactamente dos divisores naturales, él mismo y la unidad.

  Ejemplo: El número 11 es primo porque solo es divisible por 1 y 11.

- Número compuesto: Un número es **compuesto** cuando tiene más de dos divisores naturales, es decir, es divisible por 1, por sí mismo y por algún otro natural.

  Ejemplo: El número 33, es compuesto porque es divisible por 1, 3, 11 y 33.

- Numero Coprimos: Dos números son **coprimos (o primos entre sí)** cuando su único divisor natural común es el 1.

  Ejemplo: 8 y 21 son coprimos. En cambio 14 y 21 no lo son, dado que 7 es divisor de los dos.

1.15 Mínimo Común Múltiplo (MCM) y Máximo Común Divisor (MCD):

- **El mínimo común múltiplo (M.C.M.)** de dos o más números es el **menor** de los **múltiplos comunes,** mayores que 0
  Una forma práctica de calcularlo es mediante la **descomposición en factores primos**:
  - **i.** Se descomponen los números en factores primos.
  - **ii.** Se toman todos los factores, tanto comunes como no comunes, elevados al mayor exponente.
  - **iii.** Se multiplican entre sí esos factores.

  Ejemplo: *Calcular el $M.C.M$ de 12 y 18:*

  $12 = 2 . 2 . 3 = 2^2 . 3$ $18 = 2 . 3 . 3 = 2 . 3^2$ Tomamos y 2^2 $(porque\ es\ el\ mayor\ exponente\ de\ 2)$ 3^2 $(porque\ es\ el\ mayor\ exponente\ de\ 2)$

  Entonces: $M.C.M(12\,;18) = 2^2 . 3^2 = 4 . 9 = 36$

- **El máximo común divisor (M.C.D.)** de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de esos números.

  Una forma práctica de calcularlo es mediante la descomposición en factores primos:
  - **i.** Se descomponen los números en factores primos.
  - **ii.** Se toman solo los factores comunes a todos los números, y se eligen con el menor

exponente.

iii. Se multiplican entre sí esos factores.

Ejemplo: *Calcular el* $M.C.D$ *de* 12 *y* 18*:*

$12 = 2\,.\,2\,.\,3 = 2^2\,.\,3$ $18 = 2\,.\,3\,.\,3 = 2\,.\,3^2$ Tomamos y 2^1 $(porque\ es\ el\ mayor\ exponente\ de\ 2)$ 3^1 $(porque\ es\ el\ mayor\ exponente\ de\ 2)$

Entonces: $M.C.D(12\,;18) = 2^1\,.\,3^1 = 2\,.\,3 = 6$

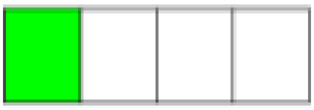
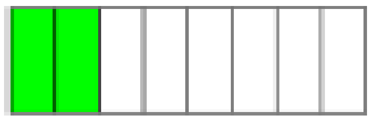
2. Los números racionales:

2.1 Los números racionales positivos:

Un número racional es una expresión de la forma a/b*, donde* a *y* b *son números enteros con* b *distinto de* 0*;*

- *El numero* a *es llamado numerador de la fracción y* b *denominador de la fracción.*

- Dos fracciones son equivalentes cuando representan el mismo número racional.

$\frac{1}{4}$  $\frac{2}{8}$ 

Esta gráfica fue obtenida de https://www.geogebra.org/m/HWEGBuXF

- Para determinar fracciones equivalentes se pueden usar los siguientes procedimientos:

Amplificación	**Simplificación**
Se multiplica el numerador y denominador por un mismo número natural distinto de 0. $$\frac{7}{8}\,.\,\frac{2}{2} = \frac{14}{16}$$ Entonces, decimos que $\frac{7}{8}$ es equivalente a $\frac{14}{16}$	Se divide el numerador y denominador por un mismo número natural que sea divisor de los dos. $$\frac{24}{30}\,.\,\frac{3}{3} = \frac{8}{10}$$ Entonces, decimos que $\frac{24}{30}$ es equivalente a $\frac{8}{10}$

Observación: Una **fracción es irreducible cuando no se puede simplificar**. En este caso, el numerador y el denominador son coprimos.

- Todo número racional se puede escribir como una expresión decimal. Para encontrar la expresión decimal se pude dividir el numerador por el denominador.

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=3iMLCMXFrSs

- Si queremos **comparar fracciones** con distinto denominador se pueden buscar fracciones equivalentes.

Ejemplo:

Se quiere saber si $\frac{8}{9}$ $es\ mayor\ o\ menor\ que$ $\frac{9}{10}$, entonces se buscan fracciones equivalentes de igual denominador y se procede a comparar:

$$\frac{8}{9} = \frac{8}{9} \cdot \frac{100}{100} = \frac{800}{900} \quad y \quad \frac{9}{10} \cdot \frac{90}{90} = \frac{810}{900}$$

Vemos entonces que de la comparación queda la siguiente relación:

$$\frac{8}{9}\ es\ menor\ que\ \frac{9}{10} \quad o \quad \frac{8}{9} < \frac{9}{10}$$

Si **una fracción fuera decimal**, su denominador puede ser escrito como potencia de 10 $(10\ ,100\ ,1.000\ ,10.000\ \ldots)$. Una fracción decimal puede ser representada en forma de expresión decimal exacta o número decimal.

Ejemplo:

$$\frac{8}{10} = 0{,}8 \qquad \frac{555}{100} = 5{,}555$$

$$0{,}14 = \frac{14}{100}\ (tambien\ puede\ ser\ expresado\ como\ \frac{10}{100} + \frac{4}{100}$$

Una fracción se puede transformar en una expresión decimal exacta o periódica (según sea cada caso) dividiendo el numerador por el denominador.

Ejemplo: $\frac{3}{4} = 0{,}75$ $\qquad \frac{2}{3} = 0{,}666\ \ldots \quad o\ sea \quad 0{,}\hat{6}$

Entonces, los números decimales (expresiones decimales exactas) representan una cantidad de cifras finita.

Sin embargo, las expresiones decimales periódicas, a partir de cierto punto, repiten de modo indefinido la misma cifra o mismo grupo de cifras, el cual es llamado período de la expresión.

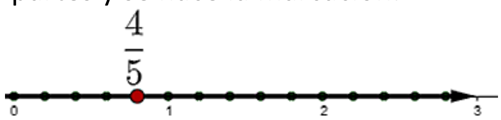
Ejemplos:

$$\frac{4}{99} = 0{,}040404\ \ldots \qquad entonces \qquad \frac{4}{99} = 0{,}\widehat{04}$$

$$\frac{7}{30} = 0{,}233333\ \ldots \qquad entonces \qquad \frac{7}{30} = 0{,}2\hat{3}$$

2.2 Representación en la recta numérica:

Para representar $4/5$ en la recta numérica, se divide el segmento entre 0 y 1 en 5 partes iguales. Luego se cuentan 4 partes y se hace la marcación.



Esta gráfica fue obtenida de https://www.geogebra.org/m/ZTH8dPrR#material/N8Fsv2BH

Importante!

¡Entre dos fracciones siempre es posible encontrar una fracción nueva!

2.3 Suma y resta de fracciones:

Para ***sumar dos o más fracciones*** que posean el ***mismo denominador***, se suman directamente los numeradores entre sí, permaneciendo el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$

Pero si las ***fracciones*** a sumar poseen ***distintos denominadores***, debe determinarse el MCM (mínimo común múltiplo) entre los denominadores de las fracciones.

Ejemplos: $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{4}{12}+\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{5}{12} \quad (fracción\ que\ puede\ ser\ simplificada)$

$\frac{3}{5}+0{,}2=\frac{6}{10}+\frac{2}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5} \quad (fracción\ irreducible)$

Observación: *Para realizar la resta se procede de igual modo.*

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=rSLuXOTdje8

2.4 Multiplicación de Fracciones:

Para multiplicar fracciones se procede a multiplicar los numeradores entre sí y los denominadores entre si (se puede simplificar en el proceso).

Ejemplo: $\frac{1}{3}.\frac{3}{4}=\frac{1\,.\,3}{3\,.\,4}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

2.5 Porcentaje en Fracciones.

Calcular $\frac{75}{100}$. 60 es lo mismo que calcular el 75% de 60.

Además, como $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$, entonces, hallar el 75% de un número significa calcular su tercera cuarta parte.

Del mismo modo, $\frac{20}{100}$. 60 es lo mismo que calcular el 20% de 60.

Y como $\frac{20}{100}=\frac{1}{5}$ esto equivale a hallar la quinta parte de ese número.

Los **decimales también nos ayudan a identificar porcentajes**, es decir:

$$\frac{1}{4}=0{,}25 \quad entonces\ los\ céntimos\ indican\ que\ se\ trata\ del\ 25\%$$

$$\frac{1}{5}=0{,}2 \quad entonces\ los\ céntimos\ indican\ que\ se\ trata\ del\ 20\%$$

2.6 Inverso multiplicativo. División de fracciones.

Cuando el producto de dos números racionales positivos da como resultado 1, decimos que cada uno es el inverso multiplicativo del otro.

Dado un numero fraccionario $\frac{a}{b}$ su inverso multiplicativo es $\frac{b}{a}$. Es decir, el inverso multiplicativo se obtiene invirtiendo el número.

Ejemplo: $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = 1$

Para **dividir** fracciones se considera el inverso multiplicativo de la segunda fracción y se procede a re expresar como una multiplicación:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Ejemplo: $\frac{3}{4} : \frac{7}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

3. Los números enteros:

El conjunto de los números enteros se simboliza con la letra Z. Está formado por los números enteros negativos (precedidos por el signo $-$), el cero y los números enteros positivos (precedidos por el signo $+$).

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

3.1 Orden y representación de los números Enteros:

Los enteros positivos se ubican a la derecha del cero y los negativos a la izquierda (por convención).

En la recta numérica un número es mayor que cualquier otro que se encuentre a su izquierda y menor que cualquier otro que se encuentre a su derecha.

Para representar números en la recta numérica, debo marcar el 0 y establecer una unidad que debe ser respetada para ubicar al resto de los números:

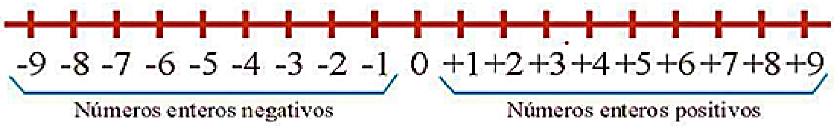


Imagen obtenida en https://www.geogebra.org/m/arzzcv2z

Valor Absoluto: El valor absoluto de un número entero es la distancia que existe entre ese número y el 0 en la recta numérica.
Siempre es un numero positivo o cero.

Ejemplo: El *valor absoluto* de -3 es 3. Se escribe $|-3| = 3 \quad y \ también \quad |3| = 3$

Números opuestos: Dos números son **opuestos** cuando tienen el mismo valor absoluto, per distintos signos.

Ejemplo: 9 y -9 son números opuestos.

3.2 Suma y resta de números Enteros:

Para ***sumar*** dos números enteros que tengan el mismo signo, se suman sus valores absolutos y al resultado le corresponde el mismo signo.

Ejemplo: $(+7) + (+3) = +10 \quad y \quad (-5) + (-4) = -9$

Si los números tienen signos distintos, se restan sus valores absolutos y al resultado le corresponde el signo del número que tiene el mayor valor absoluto.

Ejemplo: $(-5) + (+3) = -2 \quad y \quad (+7) + (-3) = +4$

Para **restar** dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.

Ejemplo: $5 - (-2) = 5 + (+2) = 7 \quad y \quad (-4) - (+3) = (-4) + (-3) = -7$

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=tNxHToZ-LbE

3.3 Multiplicación y División de números Enteros:

El **producto** entre dos números de **igual signo** es un número **positivo**.

Ejemplo: $2 \,.\, 4 = 4 + 4 = 8$

$$-(-5) = (-1).(-5) = 5$$

O si **dividen** dos números de **igual signo**, el resultado es **positivo.**

Ejemplo: $12 : 6 = 2 \quad porque \quad 2 \,.\, 6 = 12$

$$(-12) : (-6) = 2\; porque\; 2 \,.\, (-6) = -12$$

El producto entre dos números de **distinto signo** es un número **negativo**.

Ejemplo: $2.(-3) = -3 - 3 = -6$

O si **dividen** dos números de **distinto signo**, el resultado es **negativo**.

Ejemplo: $12 : (-6) = -2 \quad porque \quad (-2) \,.\, (-6) = 12$

$$(-12) : 6 = -2\; porque\; (-2) \,.\, 6 = -12$$

3.4 Propiedad distributiva:

La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y la resta.

Ejemplo: $(-5 + 2).(-2) = (-5).(-2) + 2.(-2)$

En símbolos si $a, b\ y\ c\ son\ números\ enteros, entonces \quad (a + b).c = a.c + b.c$

$$a.(b + c) = a.b + a.c$$

La **división es distributiva** con respecto a la suma y la resta **si y solo sí**, la suma o la resta **son el**

dividendo.

Ejemplo: $(-20+5):(-5) = (-20):(-5) + 5:(-5)$

En símbolos: $Si\ a, b\ y\ c\ son\ números\ enteros,\ (a+b):c = a:c + b:c$

Observación: Tener presente la siguiente regla de los signos

Cuando se suprimen paréntesis:

- Si antecede un signo más, el signo de cada número que encierra no cambia

$$+(3-5) = 3-5$$

- Si antecede un signo menos, el signo de cada número que encierra cambia.

$$-(3-5) = -3+5$$

3.5 Operaciones combinadas:

Para resolver un cálculo combinado con las cuatro operaciones, podes seguir los siguientes pasos:

Ejemplo: $(-12-3):3+4.(-2)+8.(-1) =$

1- Separar en términos y resolver los paréntesis:

$$(-15):3+4.(-2)+8.(-1) =$$

2- Luego se resuelven las multiplicaciones y divisiones:

$$-5-8-8 =$$

3- Luego las sumas y restas de izquierda a derecha, es decir:

$$-5-8-8 = -21$$

3.6 Lenguaje Simbólico:

La matemática utiliza el lenguaje simbólico que está formado por números, símbolos y letras. Las **letras** se usan para representar **números desconocidos o variables**, y permiten **expresar reglas, relaciones y fórmulas** de manera general.

Lenguaje Simbólico	Lenguaje coloquial
x	Un número
$2.x$	El doble de un número
$\frac{x}{2}$	La mitad de un número

$x+1$	El siguiente de un número
$x-1$	El anterior de un número

3.7 Expresiones Algebraicas:

Una **expresión algebraica es una combinación de números y letras unidas por una o más operaciones matemáticas.**

- Partes de una expresión algebraica: En una expresión algebraica como: $5.b$
  - el número 5 se denominan **coeficiente**
  - la letra b con su exponente forman la **parte literal**.

- Cuando la expresión algebraica se encuentra formada por un término, se denomina **monomio**.

  Ejemplo: $7x$

  SI posee dos términos se la llama **binomio**.

  Ejemplo: $3a+2b$

- Dos monomios son *semejantes* cuando tienen la *misma parte literal.*

  Ejemplo: $3x$ y $-5x$ **son** semejantes
  $3x$ y $3x^2$ **no son** semejantes

- El ***valor numérico** de una expresión algebraica* se obtiene reemplazando las letras por números y resolviendo las operaciones.

  Ejemplo: Para $a = 1$ *el valor numérico de* $3a^2$ *es* $3\,.\,1^2 = 3$

- Dos expresiones son **equivalentes** si, al reemplazar las letras por cualquier número, dan el **mismo valor numérico**.

  Ejemplo: las expresiones algebraicas:

  $$2.(a+b) \text{ y } 2a + 2b \textit{ son equivalentes}$$

  Porque, para cualquier par de números racionales a y b, al reemplazarlos en cada una, se obtiene el mismo valor numérico.
  Se puede escribir entonces: $2.(a+b) = 2a+2b$

Para sumar o restar monomios semejantes se suman y restan los coeficientes y se escribe a continuación la misma parte literal	Para multiplicar o dividir dos monomios, se multiplican o dividen los coeficientes y las partes literales

$4a + 6a = 10a$ $6b + 3a + b = 7b + 3a$	$4a^2 . 3a = 12^3$

3.8 Propiedad distributiva en las expresiones algebraicas:

La multiplicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta

$$(a + b).c = a.c + b.c$$
$$c.(a + b) = c.a + c.b$$

Ejemplos: $(4a + 3).2a = 4a.2a + 3.2a = 8a2 + 6a$

$$(3a + 1).(2a + 1) = 6a^2 + 2a + 3a + 1 = 6a^2 + 5a + 1$$

Las siguientes sumas se pueden expresar como un producto.

$$30 + 3 = 3.10 + 3.1$$
$$= 3_{factor\ común}.(10 + 1)$$

Es deci, al $M.C.D$ entre 30 y 3; se denomina **Factor común.**

$$4a^2 + 2a^2 = 2.2a^2 + 2a^2$$
$$= 2a^2.(2a + 1)$$

Para extraer el factor común de la parte litera, se escribe la letra que aparece en todos los términos, con el menor exponente que tenga.

Ejemplo: $6a^2b + 9ab^3$

Luego, como ambos termino tienen a y b, el factor común literal será a^1 y b^1

$$3ab.(2a + 3b^2)$$

La división es distributiva solo cuando la suma o la resta están en el lugar del dividendo (arriba de la fracción).

Ejemplo: $(a + b) : c = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ en cambio $a : (b + c) \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$

4 Proporcionalidad:

4.1 Función de proporcionalidad Directa:

Dos o más variables están en **relación directamente proporcional** cuando:

- Al **aumentar una**, la **otra también aumenta** en la **misma proporción**.
- Al **disminuir una**, la **otra también disminuye** proporcionalmente.

Los puntos que corresponden a un gráfico de **una función de proporcionalidad directa** siempre están sobre una recta que pasa por el origen de coordenadas del sistema: (0 ; 0).
Representación gráfica posible.

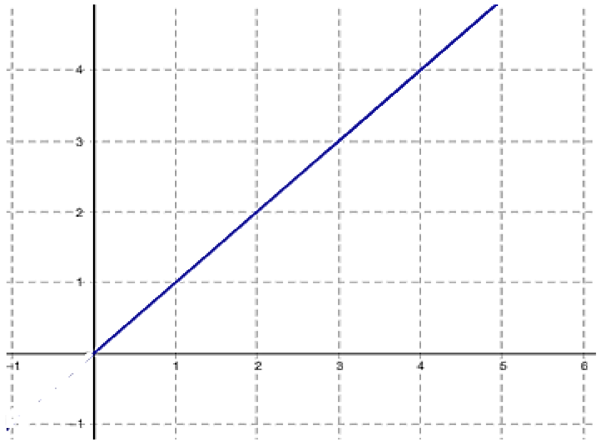
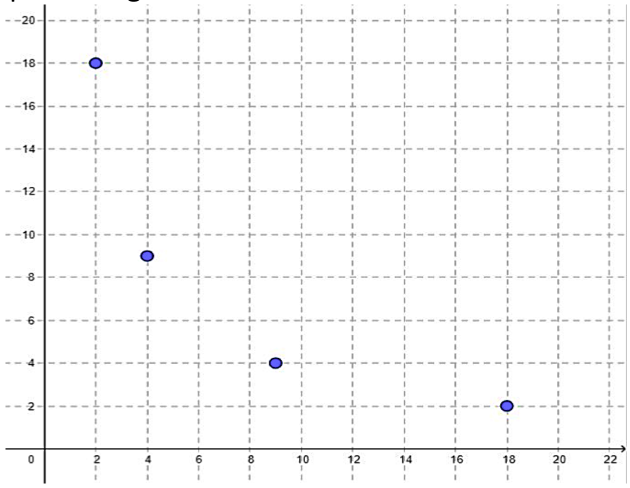


Imagen obtenida en: https://www.geogebra.org/m/JfSgQ8Vt

4.2 Función de proporcionalidad Inversa:

Supongamos el siguiente caso: "Juli quiere comprarle a su Mamá un regalo que cuesta $36. Decide ahorrar todos los días la misma cantidad de dinero, o sea que la cantidad de días que va a demorar en juntar los $36 está en función de lo que ahorre cada día".

A continuación, se aprecia la gráfica:



La unión de los puntos describe la gráfica de la situación.

El ahorro diario y la cantidad de días se relacionan de **manera inversamente proporcional**, porque al aumentar el ahorro diario, la cantidad de días disminuye en la misma proporción: al doble de ahorro, la mitad de los días. Al triple de ahorro, la tercera parte de días.

Los puntos que corresponden al gráfico de una **función de proporcionalidad inversa** pertenecen a una línea curva que se llama **hipérbola**.

Mas sobre proporcionalidad: Un caso de proporcionalidad directa

En la balanza digital de una panadería se ven cómo cambia el importe a pagar a medida que se agrega o quita pan del plato. La balanza relaciona la cantidad que se pesa y el importe, de manera que internamente multiplica el precio del kilogramo por la cantidad de pan que se registra en ese momento.

Teniendo en cuenta la siguiente tabla (incompleta)

Cantidad de pan (kg)	2		6	1		8	10
Importe ($)		18		4,5	22,5		

¿Como se podría determinar la razón entre cada par de valores que se corresponden en la tabla?

La **cantidad** y el **importe** se relacionan de manera **directamente proporcional**: al aumentar la cantidad de pan al doble, el importe se duplica; si la cantidad de pan se triplica, el importe también.

Cuando dos variables se relacionan de manera directamente proporcional**, la razón** entre sus valores correspondientes **es constante**.

Si se llama x e y a esas variables, entonces $\frac{y}{x} = k$. El valor de k se llama **constante de proporcionalidad directa**.

Los números racionales a, b, c y d forman una **proporción numérica** si,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad con\ b\ y\ \ d\ \ distinto\ de\ 0$$

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=B3_-MhYEkEk

Un caso de proporcionalidad inversa: Un pedido de empanadas será envasado en cajas; en cada caja se pondrá la misma cantidad de empanadas.

Empanadas por caja	2	4		8	12		
Número de cajas	36		12			4	3

La **cantidad de empanadas por caja** y el **número de cajas** se relacionan de manera inversamente proporcional: al aumentar las empanadas por caja al doble, la cantidad de cajas se reduce a la mitad; si la cantidad de empanadas es el triple, la cantidad de cajas se reduce a la tercera parte. Cuando dos variables se relacionan de manera inversamente proporcional, **el producto** entre los pares de valores es **constante**.

Si se llama x e y a esas variables, entonces $x.y = k$. El valor de k es la **constante de proporcionalidad inversa**.

Video sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=Vp85Jzpk4Fo

GEOMETRÍA

Los siguientes son los temas que presentaremos a lo largo del cuadernillo, que son acompañados por las guías prácticas que se trabajarán en los encuentros.

- En el plano: las figuras y sus elementos.
- En el espacio: los cuerpos.
- Medida: ¿qué podemos medir en las figuras?, ¿qué podemos medir en los cuerpos?, ¿con qué medimos?
- Ubicación: coordenadas cartesianas en el plano

Te ofrecemos este apunte teórico, que sigue a continuación, para que puedas consultar definiciones y ejemplos; de esta manera aquí podrás encontrar ayuda para resolver las actividades.

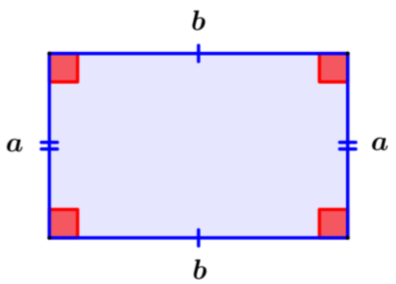
Por otro lado también tendremos los TP (trabajos prácticos) en los que encontrarás las actividades para resolver.

Por ejemplo si al leer encuentras esto:

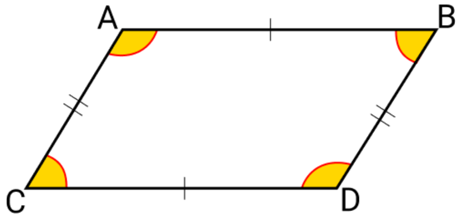
Rectángulo: figura geométrica de cuatro lados de dos longitudes distintas, tal que los lados opuestos tienen igual longitud; además estos lados forman cuatro ángulos rectos.

Es porque encontraste una definición teórica de un concepto.

Este es un ejemplo (gráfico):



Y este es un contraejemplo, porque “hay una parte” de la definición que no se cumple:



Por último te recomendamos LEER varias veces pero debes tener en cuenta que en matemática LEEMOS:

- PALABRAS-CONCEPTOS
- SÍMBOLOS
- IMÁGENES (DIBUJOS- GRÁFICOS)

IMPORTANTE !!!!

Anota todas las dudas, por ejemplo las palabras desconocidas- los símbolos desconocidos- etc… y acordate de tenerlas a mano para las clases.

6.- Coordenadas cartesianas.

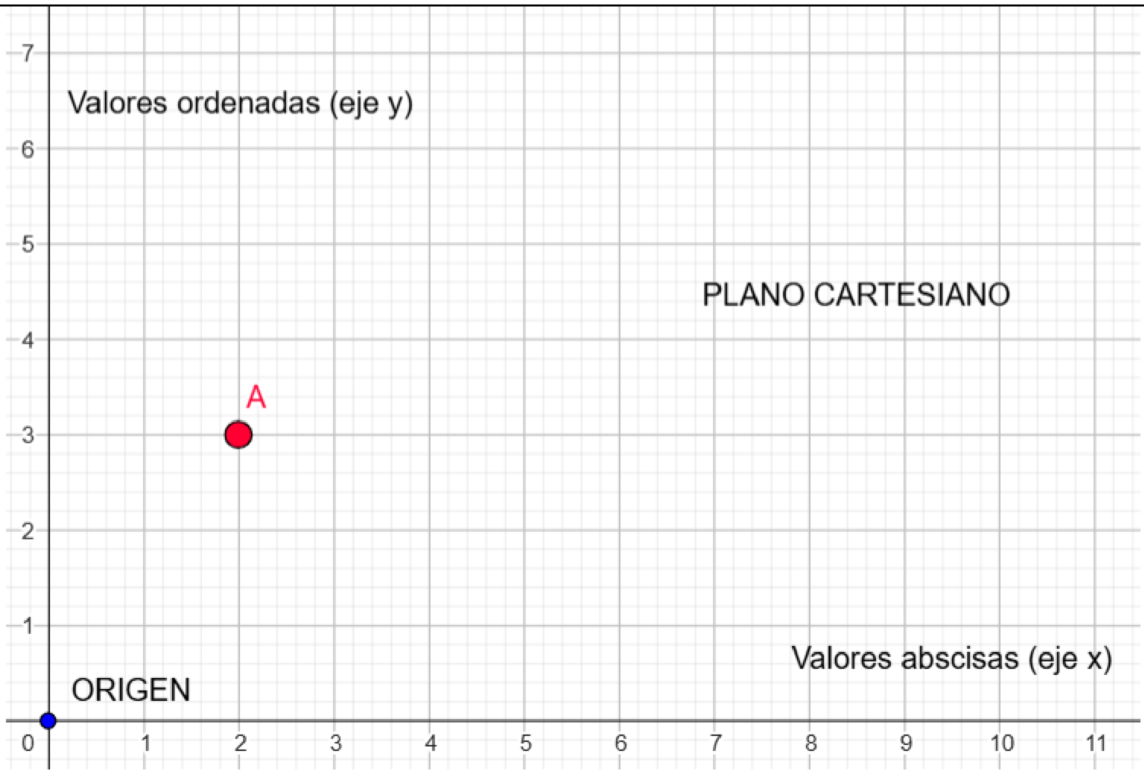
¿Puedes indicar en donde se ubica el asiento de Paloma?

En matemática, del mismo modo que en la ciudad (en la que indicas tu dirección con una calle y una altura o número), usamos un sistema de referencia.

Un sistema que nos permite orientarnos y poder ubicarnos en el plano, se llama cartesiano. En este sistema (el plano cartesiano) se emplean dos ejes perpendiculares y en cada uno de estos ejes se realiza una graduación (pensamos estos ejes como rectas numéricas).

Las coordenadas cartesianas, son los datos que necesito para UBICAR. Nosotros vamos a ubicar puntos en el plano, para ello usaremos DOS datos, nuestras dos coordenadas cartesianas forman un par ordenado, el primer valor es un valor sobre el eje de las abscisas (eje horizontal) y el segundo valor sobre el eje de las ordenadas.

Observa las siguientes imágenes, que muestran los elementos del plano cartesiano (primer imagen) y cómo ubicamos un punto en dicho plano (segunda imagen).

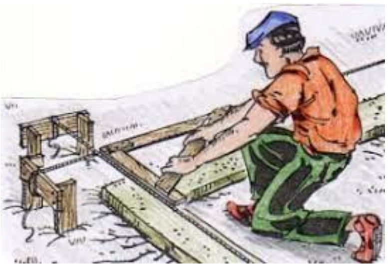


Si al leer nos encontramos con la siguiente escritura: (2; 3) esta es la forma en que escribimos la ubicación del punto.

Desde el origen (el punto azul) y en ORDEN, tomas cada uno de los valores y te desplazas en el plano en dos direcciones primero horizontal (2 unidades) y desde ahí subes en vertical 3 unidades

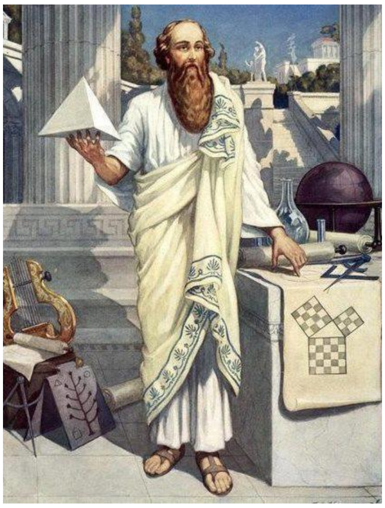
El primer valor (la abscisa 2) se refiere a dos unidades desde el origen a la derecha, mientras que el SEGUNDO valor (la ordenada 3) son tres unidades hacia arriba. Al finalizar ese recorrido, ubicamos el A

7.- Teorema de Pitágoras



En la primera imagen, se usa el teorema de Pitágoras para "triangular" y ubicar; en la segunda imagen vemos a un trabajador de la construcción verificando que esté en escuadra los futuros cimientos de la construcción. Por último, en la tercera imagen, encontramos a una persona que intenta acomodar un mueble apoyándolo sobre la pared.

Todos son casos del uso que le damos al teorema de Pitágoras, probablemente sin saberlo.



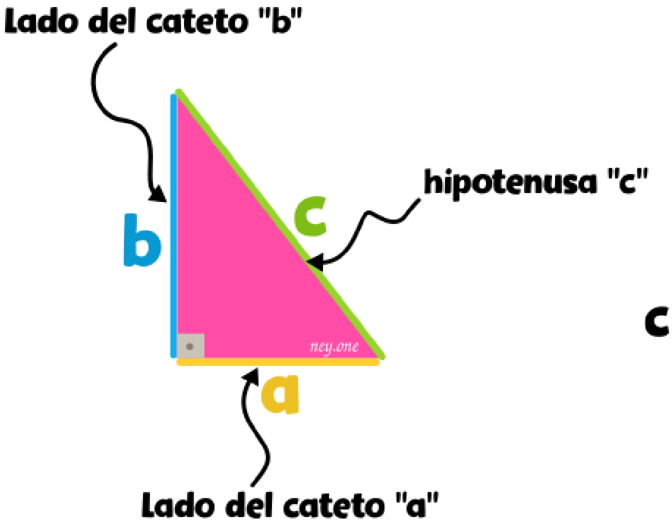
Pitágoras, entre muchos otros aportes, nos dejó un teorema que relaciona las medidas de los lados de un triángulo (pero no cualquiera), este triángulo debe ser un:

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

(unos de los ángulos interiores mide exactamente 90°).

A tener en cuenta:

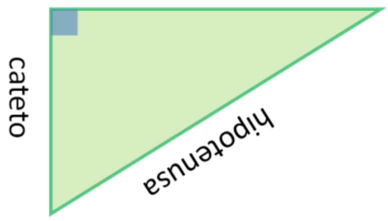
De los tres lados del triángulo rectángulo, dos se llaman CATETOS, el tercer lado se llama HIPOTENUSA.



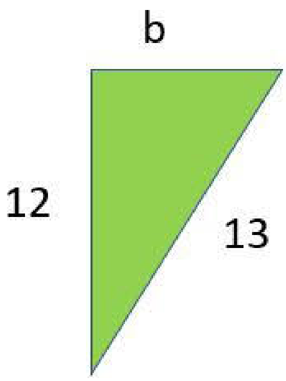
$$c^2 = b^2 + a^2$$

¿Cómo distingo a la hipotenusa de un cateto?

La hipotenusa es el lado que se OPONE al ángulo recto y cuando conozco las tres medidas debe ser el lado de mayor longitud.



Plantea y resuelve el triángulo, cuyos lados son 12, 13 y b.



¿La siguiente pared estará bien construída?

Analizaremos la imagen, las paredes con el suelo son perpendiculares (es decir forman entre ellas un ángulo de 90°), por lo tanto tomando la relación entre pared-suelo-escalera tenemos un triángulo rectángulo. Se debe cumplir:

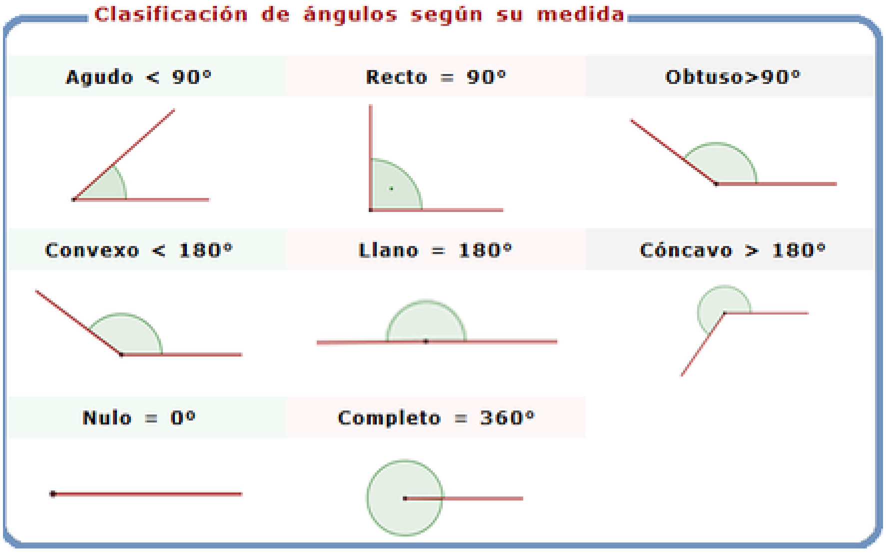
32 +42 = E2   9+16=E2   25= E2 como 25 = 52 entonces E= 5

Estos cálculos quieren decir que si apoyo una escalera que tenga 5m de largo a una distancia de 4m de la pared, el extremo superior de la escalera debe quedar en el borde de la pared que está a 3m del suelo.

8.- Ángulos

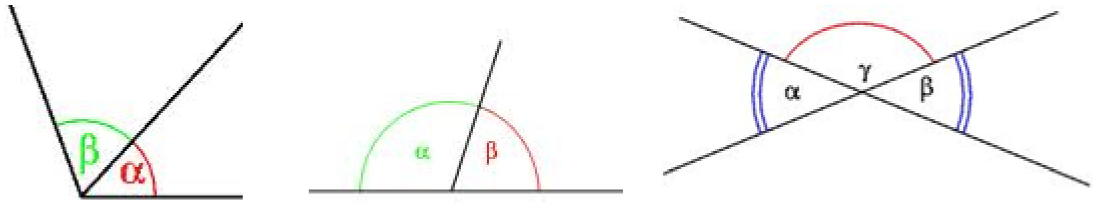
En geometría se parte de algunos conceptos básicos como por ejemplo punto y recta. Si tomamos dos rectas y “jugamos” con sus posiciones estas pueden cruzarse, es decir pueden tener intersección si esto pasa, la intersección es un punto. Para el caso de un ángulo, pensamos en dos rectas que se intersectan, queda así determinado el vértice (punto de intersección) y sus lados (dos de las semirrectas que se forman en la intersección)

Estas aberturas, los ángulos, se clasifican de acuerdo a su medida:



Pero si consideramos su posición, tenemos los siguientes ángulos:

CONSECUTIVOS — ADYACENTES — OPUESTOS POR EL VERTICE



Tiene el vértice y unos lados comunes.

Son consecutivos y forman un ángulo llano tienen un lado Común y el otro en Prolongación.

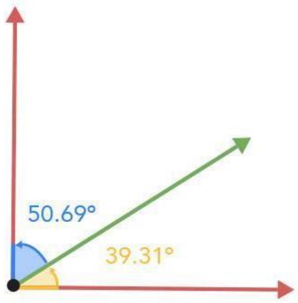
Tiene el vértice común y los lados en prolongación.

Observación: los ángulos que llamamos OPUESTOS POR EL VÉRTICE, son ángulos que pueden visualizarse como los que quedan conformados por la intersección (cruce) entre dos rectas secantes.

En particular, los ángulos que son opuestos por el vértice, comparten una propiedad: MIDEN LO MISMO.

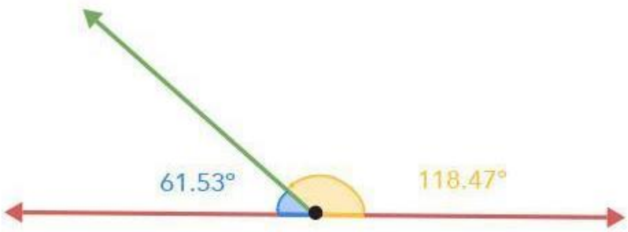
También puedes ver ¿qué es lo que obtienes cuando tomas dos ángulos con ciertas posición/ relación? Puedes obtener:

1) Complementos



Estos dos ángulos (el arco de color celeste y el arco de color amarillo) se llaman COMPLEMENTARIOS, al sumar sus medidas (50,69°+39,31°) obtienes 90°

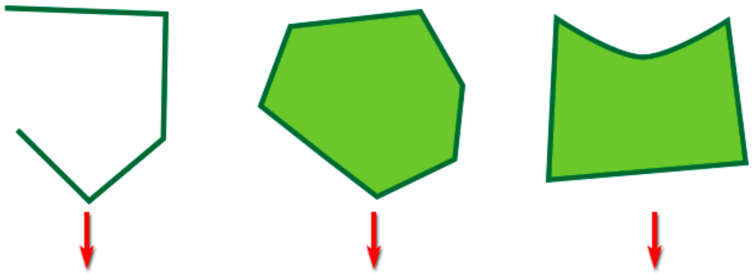
2) Suplementarios



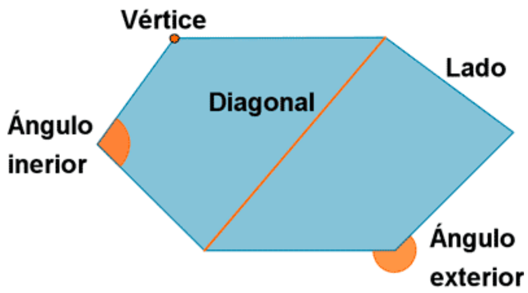
Mientras que en este caso, se llaman SUPLEMENTARIOS, porque la suma de las dos medidas da por resultado 180° (61,53°+118,47°=180°)

9.- Figuras Planas

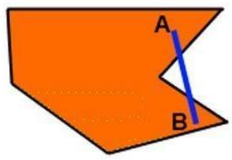
Un POLÍGONO, es una figura plana cerrada formada o delimitada por segmentos (los segmentos son rectos)



Los segmentos, son llamados LADOS. El punto de unión o encuentro de los segmentos es llamado VÉRTICE. Si un segmento une dos vértices (que no están conectados por un lado), se llama DIAGONAL



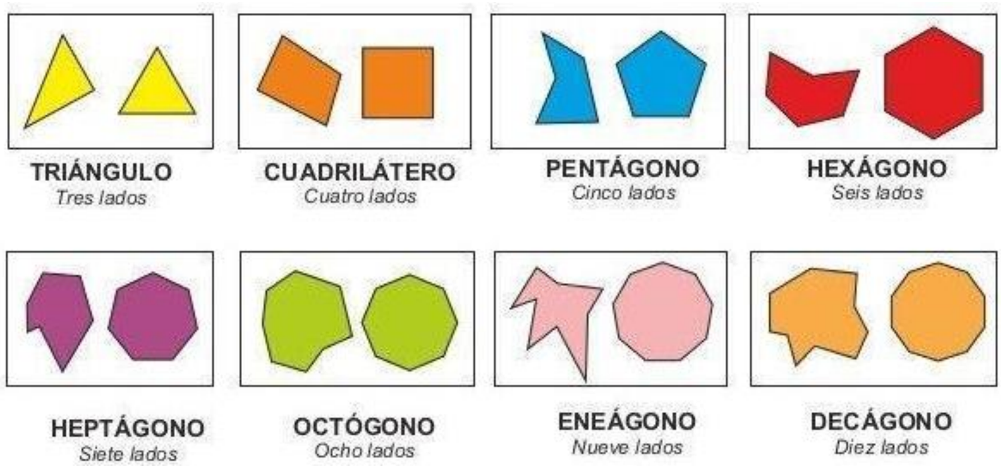
Un polígono es CÓNCAVO cuando existen un par de puntos interiores, que al unirlos con un segmento, este segmento no está en el interior del polígono, EJEMPLO:



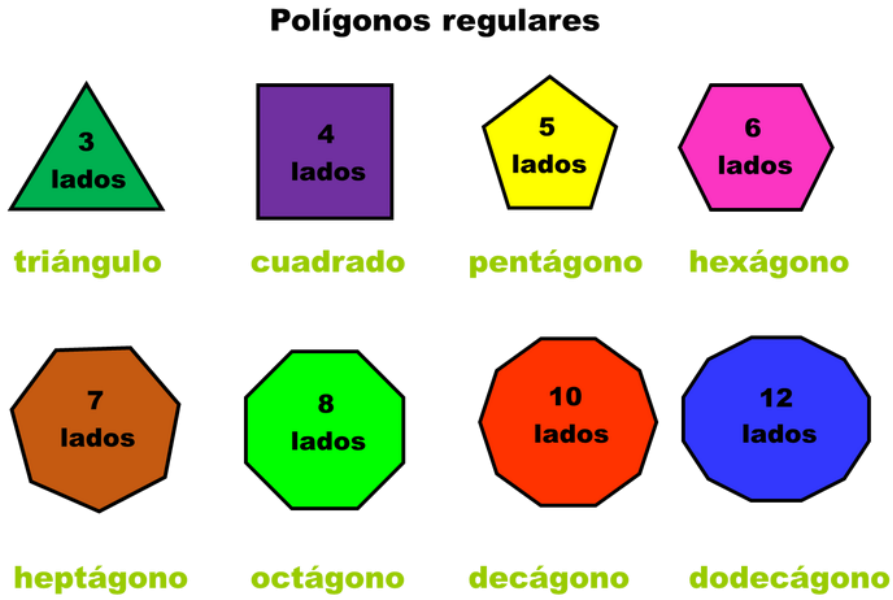
polígono cóncavo

Si el polígono NO es cóncavo, se llama CONVEXO.

De acuerdo a la cantidad de lados, recibe su nombre:



Si el polígono tiene sus lados y ángulos (internos) iguales, se llama REGULAR. Si no sucede, se llama IRREGULAR.

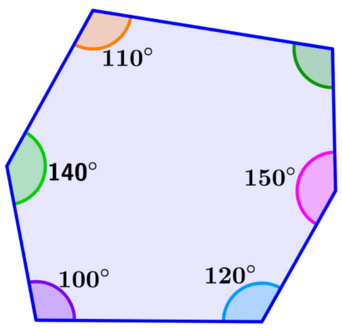


Los ángulos en un polígono.

> La suma de los ángulos interiores (que abreviamos con la SAI) de un polígono de una cantidad "n" de lados se puede calcular mediante la siguiente fórmula:
>
> 180° x (n -2)= SAI

Esto quiere decir que si el polígono tiene 7 lados:

n=7 SAI= 180°x (7-2)= 180°x 5= 900° es decir al sumar las 7 medidas de los 7 ángulos se obtiene, en total, 900°



Sabiendo que SAI=900, responde

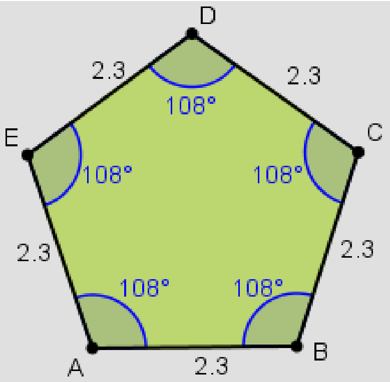
¿Cuál es el valor del ángulo desconocido del heptágono (irregular) de la imagen?

O bien si el polígono es regular, como el siguiente pentágono (que tiene cinco lados y cinco ángulos, además sus ángulos son todos iguales):

SAI= 180° x (5-2)= 180° x 3=540°

Y estos 540° son el resultado de cinco medidas iguales, entonces:

540° ÷ 5= 108° (la medida de cada uno de los ángulos)



(OBSERVACIÓN IMPORTANTE!!! para el signo de la operación multiplicar, quizás hasta ahora usaste " X" para indicar la multiplicación pero puedes encontrar que otros signos para lo mismo sean " * " o " . ", es decir el asterisco o el punto)

10.- Perímetro y Área de Figuras Planas

Lee con atención:

Hay que poner postes y alambres alrededor de un terreno de 25 m de frente y 50 m de fondo. Los postes se colocan en las puntas y sobre los lados cada 5 metros. Luego se pasan 5 hileras de alambre y en los extremos se usan 1,5 m para atar cada hilera.

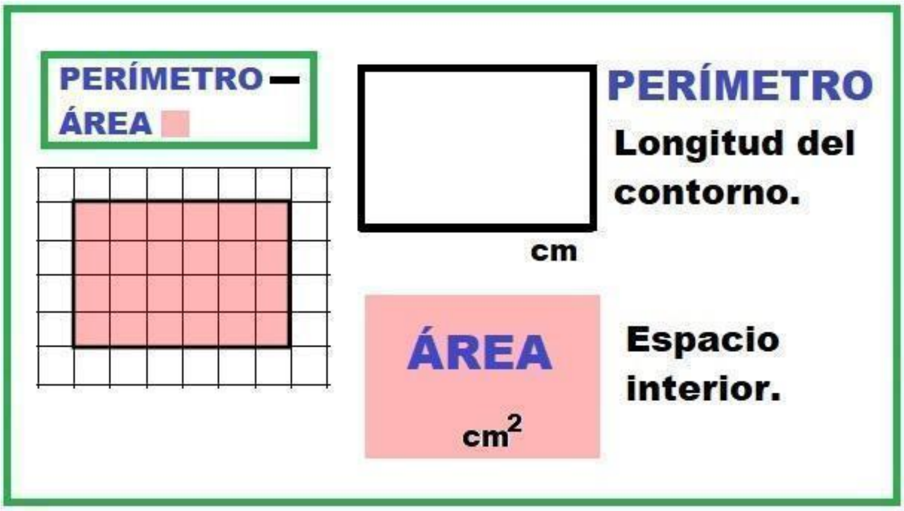
Dibuja la situación y responde: ¿cuántos postes y metros de alambre necesitan comprar?

Las figuras planas, cuando las observas, tienen "un borde" que está formado por los lados. De esa figura se pueden definir dos cosas:

PERÍMETRO es la medida del contorno de la figura. Esta medida la obtenemos SUMANDO las longitudes (medidas) de los lados.

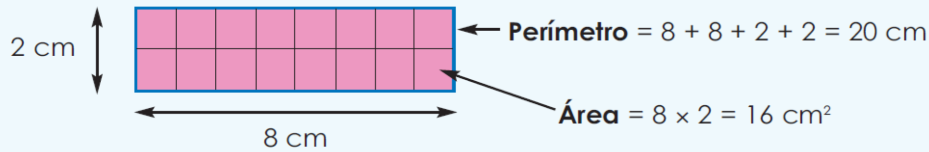
ÁREA es la medida de la superficie (región) que queda comprendida en el interior de la figura.

Observación: la forma en que calcules el área, depende de la figura que estés trabajando.



El **perímetro** es la medida del contorno de una figura, éste se mide en unidades lineales, tales como el centímetro (**cm**), el metro (**m**), el kilómetro (**km**), etcétera.

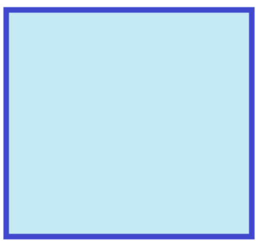
El **área** es la medida de la superficie que abarca una figura. Para calcular el área de una figura hay que determinar la cantidad de unidades de superficie que caben en su interior. Ejemplos de unidades de superficie son el **cm²**, el **m²** y el **km²**.



Responde: la situación planteada al principio, en la que debía alambrarse el terreno, ¿es un problema de área o de perímetro?

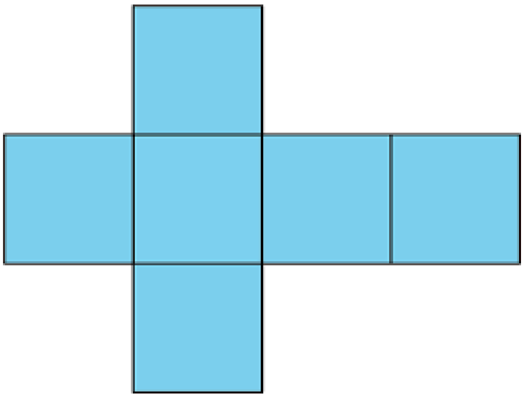
11.- CUERPOS

En el plano tenemos por ejemplo los cuadrados:

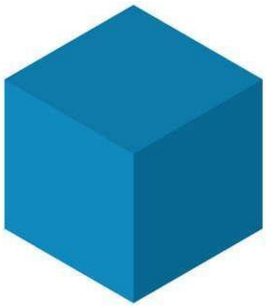


La figura representada anteriormente tiene dos dimensiones alto y largo.

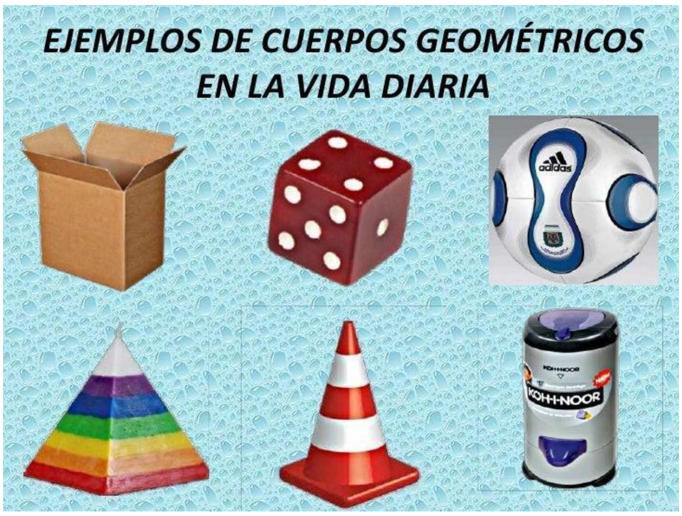
Si tomamos varios cuadrados y los unimos en un cierto orden obtenemos:



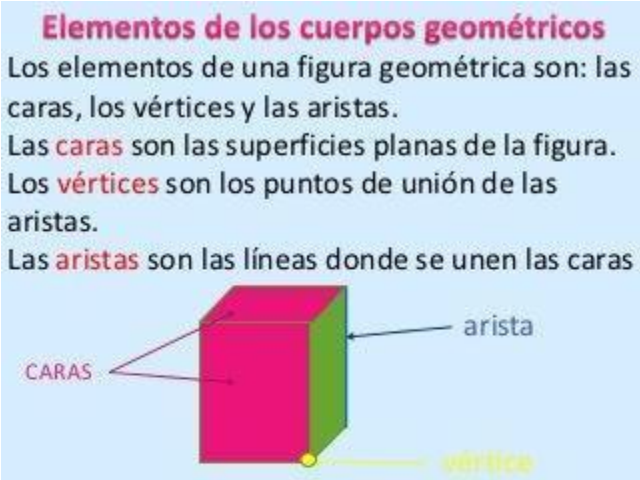
Y si plegamos (doblamos) obtenemos:



Esta figura tiene tres dimensiones: alto, largo y ancho; es un cuerpo y se llama CUBO o también ORTOEDRO (es un cuerpo regular)



Elementos y clasificación:



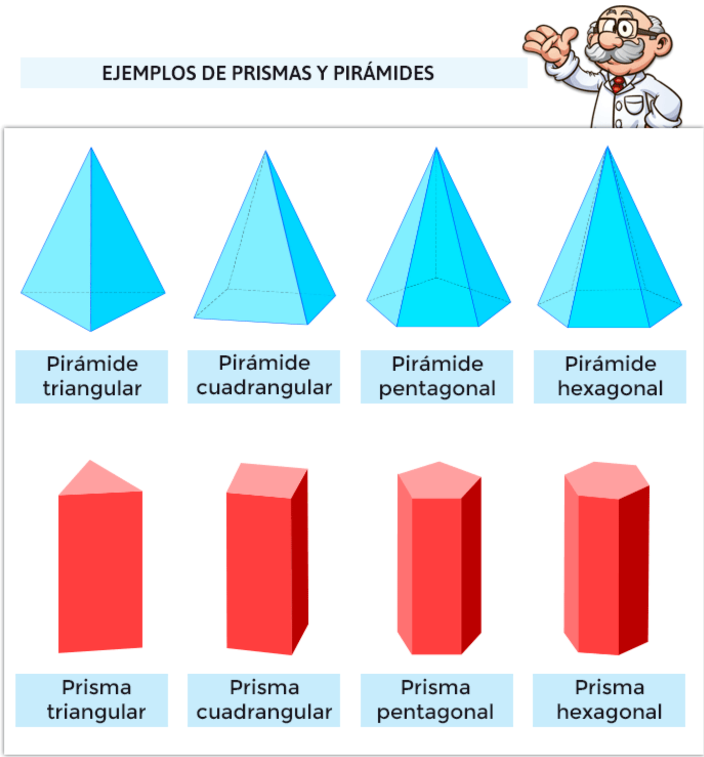
Los cuerpos que tienen todas sus caras planas se llaman poliedros

Aquellos cuerpos que apoyados sobre una de sus caras pueden rodar, se llaman cuerpos redondos.

Además, un poliedro que tiene por lo menos un par de caras paralelas e iguales y las otras caras son paralelogramos, se llama PRISMA

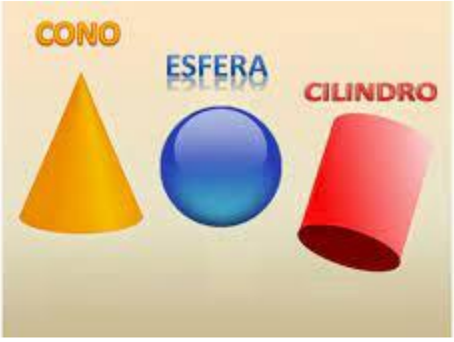
Bases, son las caras paralelas.

Si todas sus caras laterales son triángulos, se llama pirámide



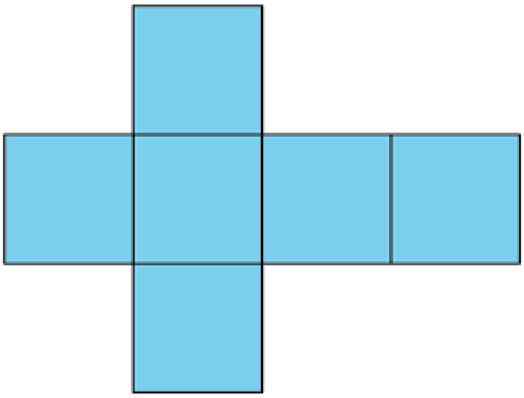
Cuerpos redondos:

Son los cuerpos que tienen parte o toda su superficie curva, los más conocidos son



Para saber ¿cuánto papel necesitamos para forrar la caja? Estamos ante la idea de área total del cuerpo.

Para calcular el papel, podemos imaginar la caja "desarmada" (a esto llamamos desarrollo plano) y calculamos las áreas de cada polígono que observemos.



Ahora bien para calcular la capacidad (¿cuánto puede caber en el interior?), pensamos en la noción de volumen

Como la siguiente lata de gaseosa (cuerpo cilíndrico) que tiene una capacidad de 354ml, es decir esa es la cantidad de líquido que contiene en el interior

CAPACIDAD DE LA LATA

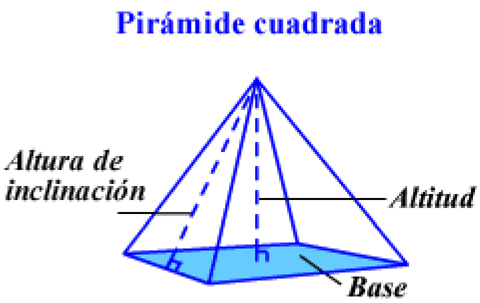
En la última sección, bajo el título “ANEXO”, encontrarás las fórmulas que te permitirán resolver rápidamente las actividades.

Para poder emplearlas debes:

1- Identificar el cuerpo ¿es un prisma o es cilindro?
2- Identificar el concepto, es un problema de área o de volumen?
3- Identificar en el cuerpo los datos, ¿es altura? O ¿es profundidad?
4- Aplicar en la fórmula correspondiente los datos correctos

Ejemplo:

Se quiere determinar la cantidad de lona necesaria para levantar una carpa, cuya altura de inclinación es de 3m y arista 1m



Este cuerpo tiene una base que es un cuadrado y sobre el cuadrado cuatro triángulos, es una pirámide.

Si quiero armar una carpa, el concepto que corresponde es el de área por eso calculamos:

$$A = A_{base} + A_{lateral}$$

La base es un cuadrado de lado= 1m y los laterales son tres triángulo iguales cuyas medidas son 1m de base y 3m de altura (observa la representación del cuerpo)

Abase cuadrada= 1x1= 1m2 Atrángulo lateral= (1 x 3) :2 =1,5 m2

De este modo sabemos que la carpa necesita 4,5 m2 de lona (son cuatro triángulos para los laterales y un cuadrado de base 4* 1,5 m2 y 1 m2= 7 m2

12.- SIMELA

Observen los siguientes objetos:

¿Qué podemos medir de estos objetos? ¿Con qué y cómo medimos?

Tomemos el ejemplo de las visitas al doctor, el médico no sólo nos mide el alto sino también el peso.

Para medir debemos tomar una unidad, acordar cómo se van a tomar las medidas; así en nuestro país existe SIMELA (sistema métrico legal argentino) donde nos indica que:

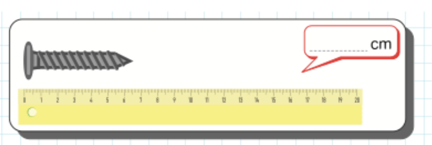
La longitud las medimos con la unidad de medida llamada METRO, su símbolo es m

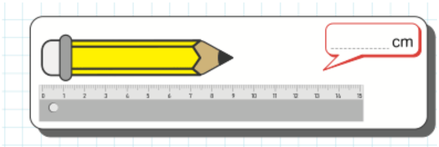
El área se mide con el metro cuadrado (tomamos dos “características” el largo y el ancho), su símbolo es m2

El volumen lo medimos con la unidad metro cúbico, su símbolo: m3 (consideramos largo, ancho y alto para saber así “cuanto entra en el interior”)

Ahora bien algunos objetos a medir son muy grandes y otros muy pequeños por eso tenemos unidades mayores (múltiplos) a la unidad y menores (sub-múltiplos) a la unidad.

Los objetos como las siguientes imágenes, las medimos con la regla así la unidad de medida es un submúltiplo, el centímetro (cm)





Pero: ¿Medirías con la regla de tu cartuchera esta construcción?

En este caso se mide en metros (podemos usar la cinta métrica, porque la regla no es el instrumento o herramienta adecuada)

COLEGIO TECNOLÓGICO UTN FACULTAD REGIONAL DEL NEUQUÉN UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

UNIDADES DE CAPACIDAD						
Kilólitro	Hectólitro	Decálitro	litro	decílitro	centílitro	milílitro
Kl.	Hl.	Dl.	l.	dl.	cl.	ml.
1.000 l.	100 l.	10 l.	1 l.	0,1 l.	0,01 l.	0,001 l.

UNIDADES DE VOLUMEN						
Kilómetro cúbico	Hectómetro cúbico	Decámetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
Km^3	Hm^3	Dm^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1.000.000.000 m^3	1.000.000 m^3	1.000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,00000000 m^3

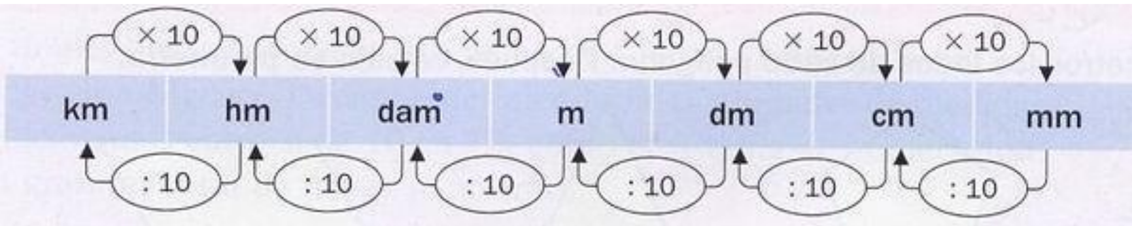
UNIDADES DE SUPERFICIE						
Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado	metro cuadrado	decímetro cuadrado	centímetro cuadrado	milímetro cuadrado
Km^2	Hm^2	Dm^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1.000.000 m^2	10.000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

UNIDADES DE LONGITUD						
Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
Km.	Hm.	Dm.	m.	dm.	cm.	mm.
1.000 m.	100 m.	10 m.	1 m.	0,1 m.	0,01 m.	0,001 m

Para poder “pasar” entre múltiplos, unidad y submúltiplo podemos usar las siguientes reglas prácticas:

1- Si voy de unidad “más grande” o a la derecha, hacia una unidad menor (que está a la izquierda) MULTIPLICO
2- Si voy de submúltiplo o de unidad pequeña a unidad mayor, divido

Cuando cambio en unidad de medida de longitud



Por ejemplo 4,6 km a dm

(el cambio es de una unidad “grande” a una “pequeña” que está hacia la izquierda, entonces voy multiplicando)

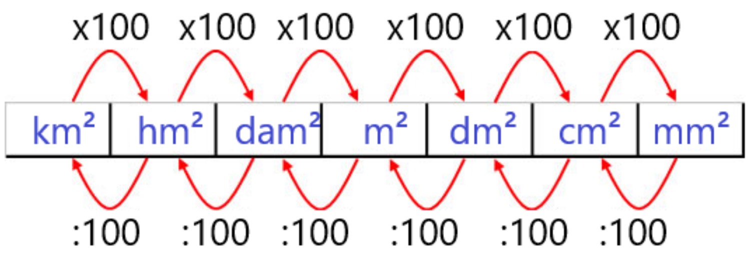
4,6 x10x10x10x10 km = 46000 dm

(observa la cantidad de unidades que cambias desde km hasta dm, el primer cambio es km a hm, el segundo de hm a dam, el tercero es de dam a m y por último el cuarto cambio es de m a dm)

En cambio si hubiera sido de 23 cm a m entonces hubiéramos dividido de la siguiente manera:

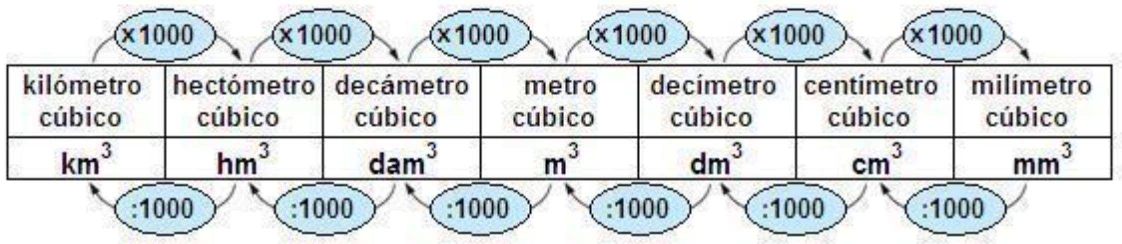
23 : 10 :10 cm =0,23 m

Cuando cambio en unidad de medida de área



En este cambio debemos multiplicar o dividir por 100

Cuando cambio unidad de medida en volumen



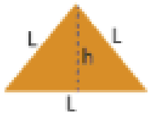
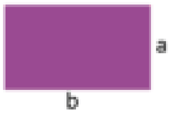
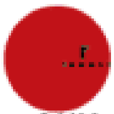
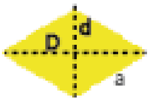
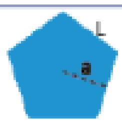
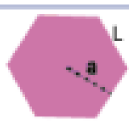
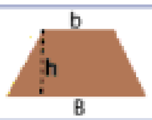
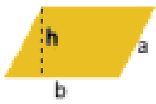
En este caso el cambio es operar (multiplicar o dividir) por 1000

Por último, en matemática hablamos de volumen pero en la vida real, relacionamos con capacidad, para ello podemos usar la siguiente relación:

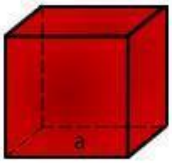
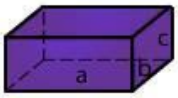
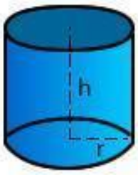
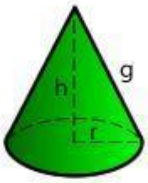
1dm3 =1 litro

Múltiplos	Kilolitro	kl	1000 litros
	Hectolitro	hl	100 litros
	Decalitro	dal	10 litros
	Litro	L	1 litro
Submúltiplos	Decilitro	dl	0.1 litro
	Centilitro	cl	0.01 litro
	Mililitro	ml	0.001 litro

ANEXO FÓRMULAS ÁREA Y PERÍMETRO

Dibujo	Nombre	Fórmulas: Perímetro	Fórmulas: Área
	Triángulo	$P = L + L + L$	$A = \frac{b \times h}{2}$
	Cuadrado	$P = 4L$	$A = L \times L$ $A = L^2$
	Rectángulo	$P = 2a + 2b$	$A = b \times a$
 $\pi = 3{,}1416$	Círculo	$P = D \times \pi$	$A = \pi \times r^2$
	Rombo	$P = 4a$	$A = \frac{D \times d}{2}$
	Pentágono	$P = 5L$	$A = \frac{P \times a}{2}$
	Hexágono	$P = 6L$	$A = \frac{P \times a}{2}$
	Trapecio	$P = L + L + L + L$	$A = \frac{(B \times b)\, h}{2}$
	Paralelogramo	$P = 2a + 2b$	$A = b \times h$

ANEXO FÓRMULAS ÁREA (LATERAL-TOTAL) Y VOLUMEN

NOMBRE	IMAGEN	ÁREA	VOLUMEN
Cubo o Hexaedro		$A=6a^2$	$V=a^3$
Paralelepípedo o Ortoedro		$A=2(ab+ac+bc)$	$V=abc$
Pirámide		$A=A_{base}+A_{lateral}$	$V=\frac{1}{3}\,b\cdot h$
Cilindro		$A=2\pi r\,(h+r)$	$V=\pi r^2\cdot h$
Cono		$A_{total}=\pi r^2+\pi r g$	$V=\frac{\pi r^2\cdot h}{3}$
Esfera		$A=4\pi r^2$	$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

Bibliografía:

- Abálsamo, R., et al. (2012). *Matemáticas 1: Activados*. Puerto de Palos.
- Amster, P., et al. (2008). *Logonautas matemática 1*. Puerto de Palos.
- Andrés, M., Piñeiro, G., Serpa, B., Serrano, G., & Pérez, M. (2007). *Matemática I*. Santillana.
- Broitman, C., Itzcovich, H., & Novembre, A. (2020). *Los matemáticos de 5°*. Santillana.
- Effenberg, P. (2014). *Matemática I: 7° primaria*. Kapelusz.
- Kaczor, P., et al. (2017). *Entre números I: Matemática*. Santillana.
- Kurzrok, L., Altman, S., Arnejo, M., & Comparatore, C. (2009). *Matemática Es.1*. Tinta Fresca.
- Marina, A., et al. (2007). *Matemática I (II) nuevamente*. Santillana.
- Sessa, C., Borsani, V., & Lamela, C. (2015). *Hacer matemática ½*. Estrada.
- Soria, G. (2010). *100 problemas matemáticos*. Grafibel.
- Vicens Vives. (1999). *Matemática 7: Tercer ciclo*. Vicens Vives.
- *Matemática. 1 ed.* Santillana. (2008).
- *Matemática. 2 ed*. Santillana. (2008).
- *Activados. 2 ed*. Puerto de Palos. (2018).

Recursos en línea

- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. (s.f.). *Curriculum de matemática*. https://www.buenosaires.gob.ar/educacion/docentes/curriculum/matematica
- Ministerio de Educación de la Provincia de Buenos Aires. (s.f.). *Continuemos estudiando: Matemática – Secundaria 1° año*. https://continuemosestudiando.abc.gob.ar/contenido/recursos?anos=1-ro&niveles=secundaria&areas-materias=matematica
- Santillana. (s.f.). *Matemática 7° grado*. https://www.matematicasantillana.com/7-%C2%BA-grado/
- Subsecretaría de Políticas Educativas y Carrera Docente. (s.f.). *Estudiar y aprender en casa: Matemática*. https://biblioteca-digital.bue.edu.ar/catalogo/estudiar-y-aprender-en-casa/9040/detalle/8711